

# Propriétés dans un triangle

## 1 Inégalité triangulaire

**Propriété.** Trois points quelconques du plan forment toujours un triangle. Si  $A, B$  et  $C$  sont trois points quelconques, alors ils vérifient les propriétés sur les distances suivante :

$$AB + BC \geq AC$$

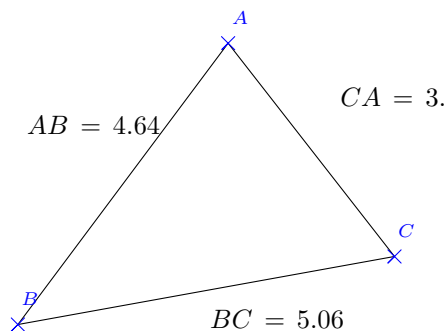
$$AC + BC \geq AB$$

$$AC + AB \geq BC$$

- Cas d'inégalité

**Propriété.** Dans un triangle, la somme des longueurs de deux cotés est supérieure à la longueur du troisième coté.

Illustration



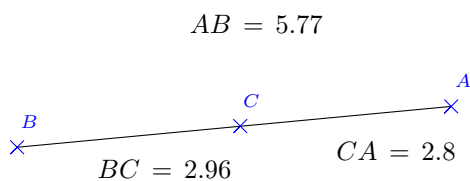
- Cas d'égalité

**Propriété.** Si un point  $C$  appartient au segment  $[AB]$  alors  $AB = AC + BC$ .

**Propriété.** Réciproque

Si  $A, B, C$  sont trois points tels que  $AC + BC = AB$  alors le point  $B$  appartient au segment  $[AC]$ .

Illustration



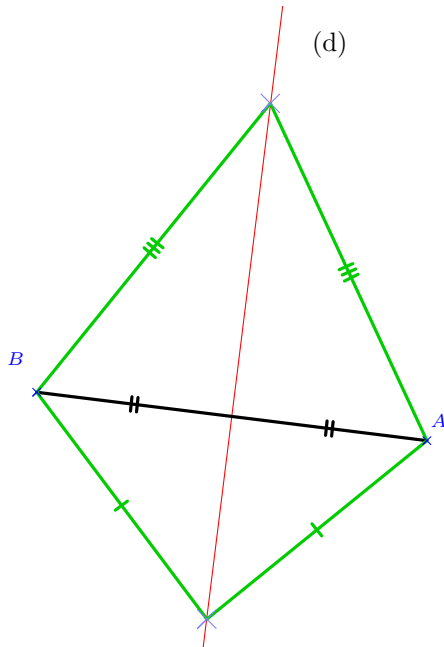
## 2 Droites remarquables dans un triangle

### 2.1 Médiatrices

**Définition 2.1.** Une médiatrice est une droite qui coupe perpendiculairement un segment en son milieu.

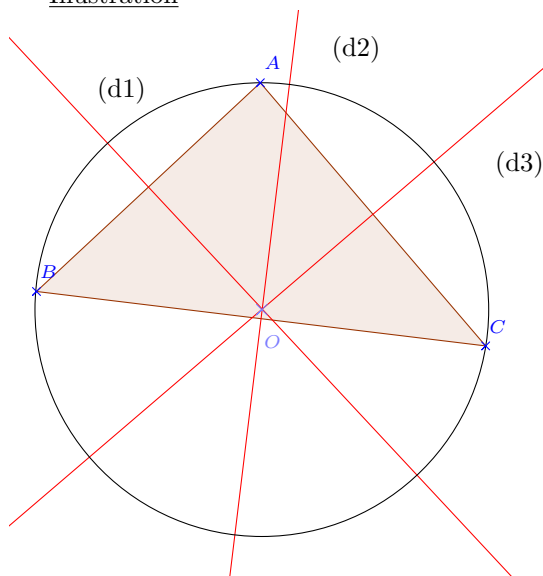
**Propriété.** Chaque point de la médiatrice est à égale distance des extrémités du segment.

Illustration



**Propriété.** Dans un triangle, les médiatrices sont concourantes en un point, le centre du cercle circonscrit au triangle.

Illustration



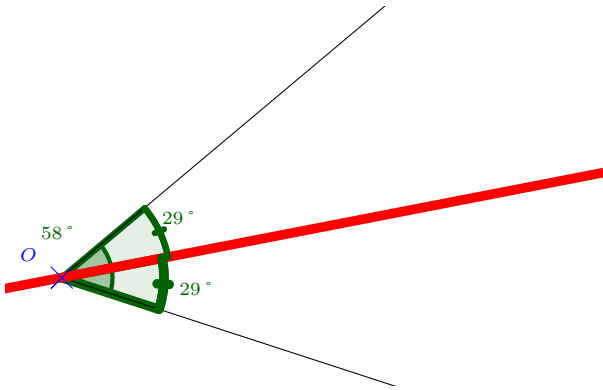
**Remarque 2.2.** Voici deux définitions que l'on indique en remarque :

- Le cercle circonscrit à une figure est le cercle qui passe par tous les sommets de cette figure.
- On dit que des droites sont "concourantes" si elles se coupent toutes en un seul et même point.

## 2.2 Bissectrices

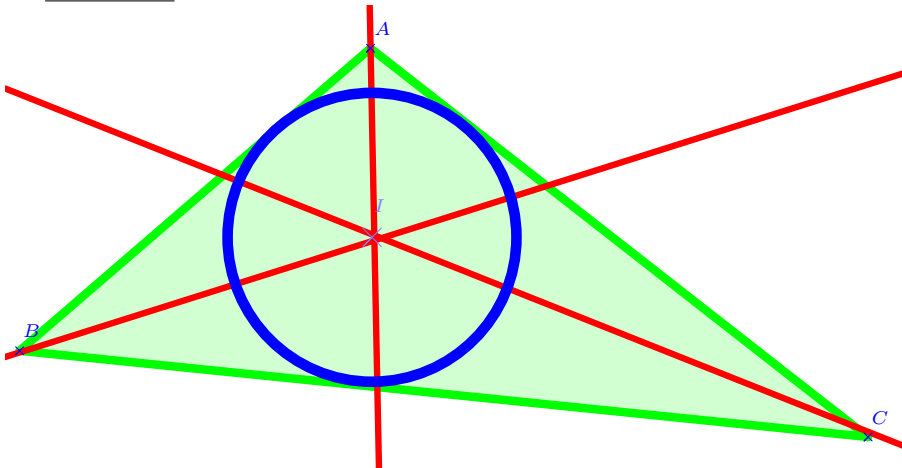
**Définition 2.3.** Une bissectrice est une droite qui sépare un angle en deux angles de même mesure.

Illustration



**Propriété.** Dans un triangle, les bissectrices sont concourantes en un point, le centre du cercle inscrit au triangle.

Illustration



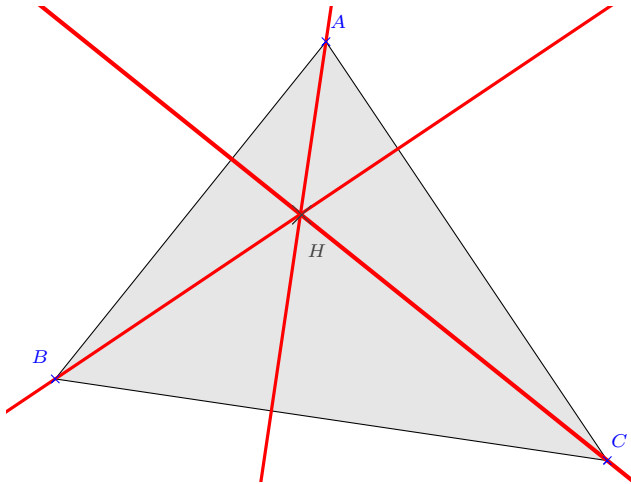
**Remarque 2.4.** Le cercle inscrit est le plus grand cercle que l'on peut tracer à l'intérieur du triangle. Il touche chaque côté du triangle en un seul et unique point.

## 2.3 Hauteurs

**Définition 2.5.** Une hauteur est une droite qui passe par un sommet du triangle et qui coupe perpendiculairement le côté opposé.

**Propriété.** Dans un triangle les hauteurs sont concourantes en un point appelé l'orthocentre.

## Illustration



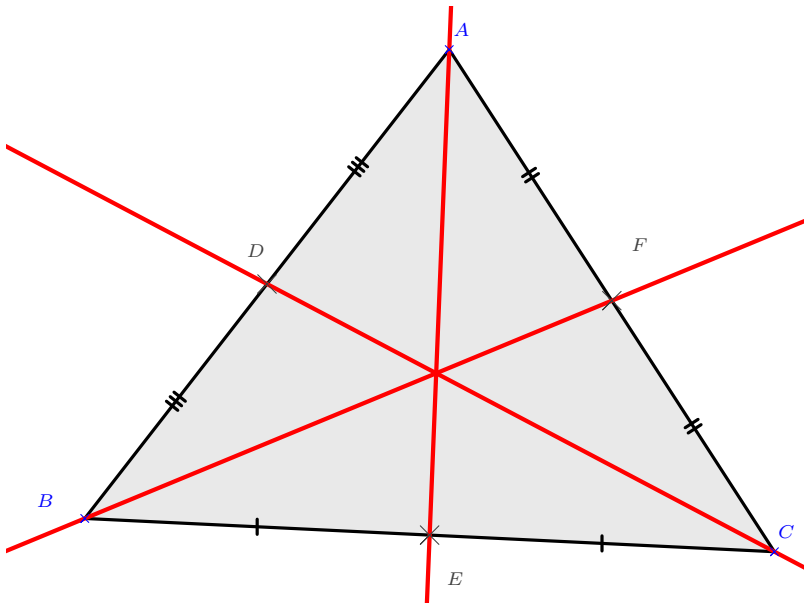
**Remarque 2.6.** Lorsque l'on désigne une hauteur, il est nécessaire de préciser sa nature. On dit :

- Une hauteur est relative à un côté.
- ou
- Une hauteur issue d'un sommet.

## 2.4 Médiane

**Définition 2.7.** Une médiane est une droite qui passe par un sommet d'un triangle et qui coupe le milieu du côté opposé.

**Propriété.** Dans un triangle, les médianes sont concourantes en un point appelé le centre de gravité.



**Remarque 2.8.** Comme la hauteur, lorsque l'on désigne une médiane, il est nécessaire de préciser sa nature. On dit :

- Une médiane est relative à un côté.
- ou
- Une médiane issue d'un sommet.