

# Symétrie centrale

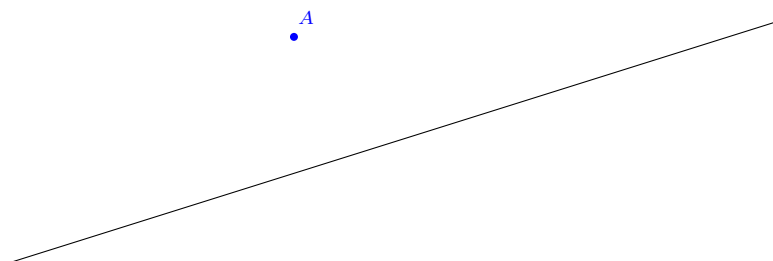
## 1 Rappels : Symétrie Axiale

### 1.1 Axe de symétrie et médiatrice

**Définition 1.1.** Le symétrique d'un point  $A$  par rapport à une droite  $(d)$  est :

- Le point  $A'$  tel que  $(d)$  est la médiatrice de  $[AA']$

**Exemple 1.2.** Place les point  $A'$  symétrique de  $A$  par rapport à  $(d)$ .



**Propriété.** La symétrie axiale conserve :

- L'alignement
- Les distances
- Le parallélisme
- Les angles et la perpendicularité.
- Les périmètres et les aires.

**Exemple 1.3.** Quelques applications :

- Le symétrique d'une droite reste une droite.
- Le symétrique d'un segment par rapport à un axe est un segment de même longueur.
- Le symétrique d'un parallélogramme est un parallélogramme de même mesure.
- Le symétrique d'un cercle est un cercle de même rayon telle que l'axe de symétrie est la médiatrice du segment reliant les deux centres.

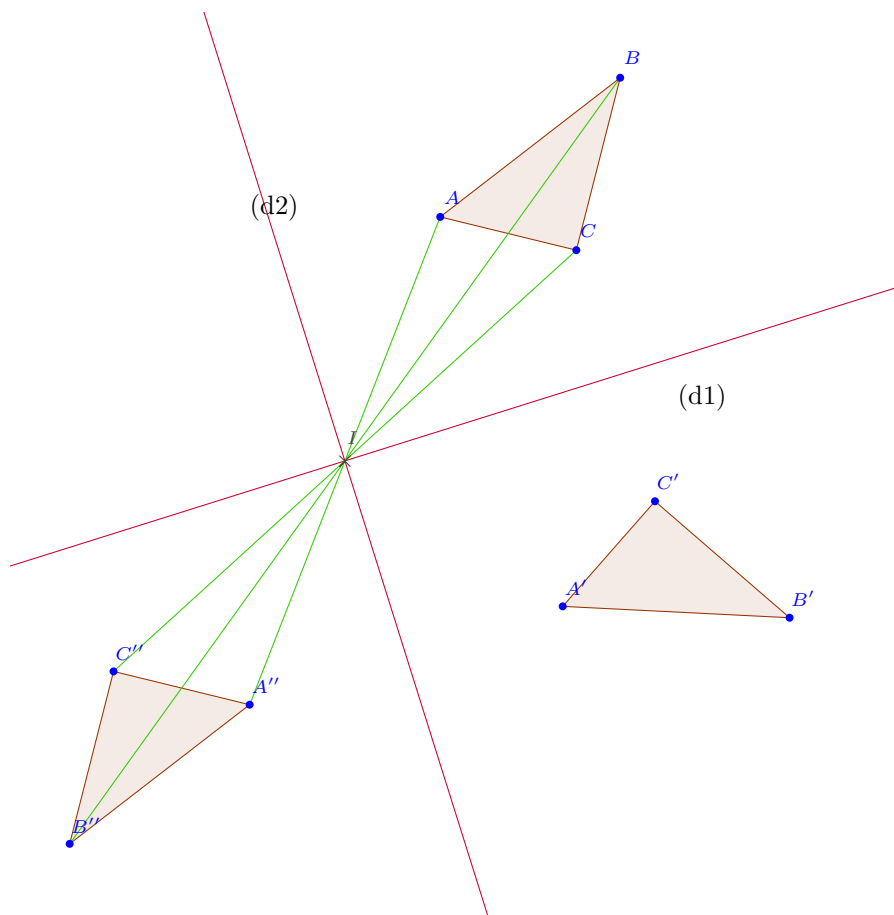
## 2 Symétrie Centrale

### 2.1 Introduction

Nous avons vu en activité préparatoire une première approche grâce à deux symétries axiales consécutives.

- Soit un triangle  $ABC$  quelconque et deux droites  $(d_1)$  et  $(d_2)$  perpendiculaires en  $I$ .

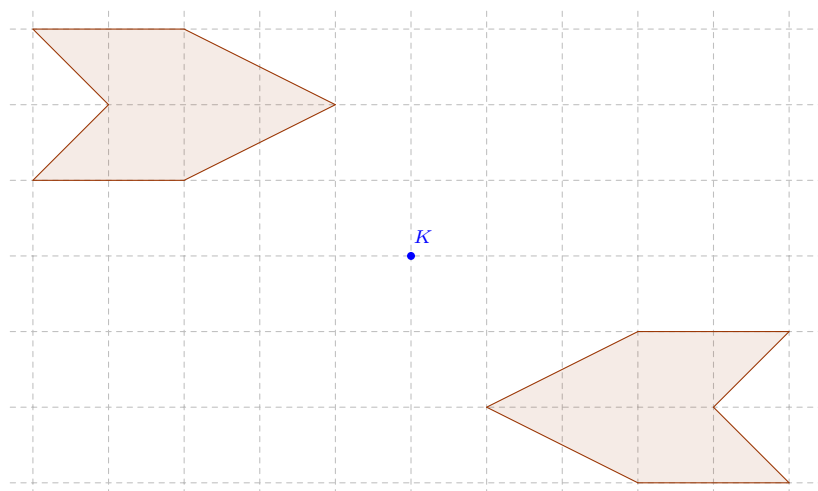
Lorsque l'on trace  $A'B'C'$  le triangle symétrique de  $ABC$  par rapport à l'axe  $(d_1)$ , puis  $A''B''C''$  le triangle symétrique de  $A'B'C'$  par rapport à  $(d_2)$ , on obtient le figure suivante.



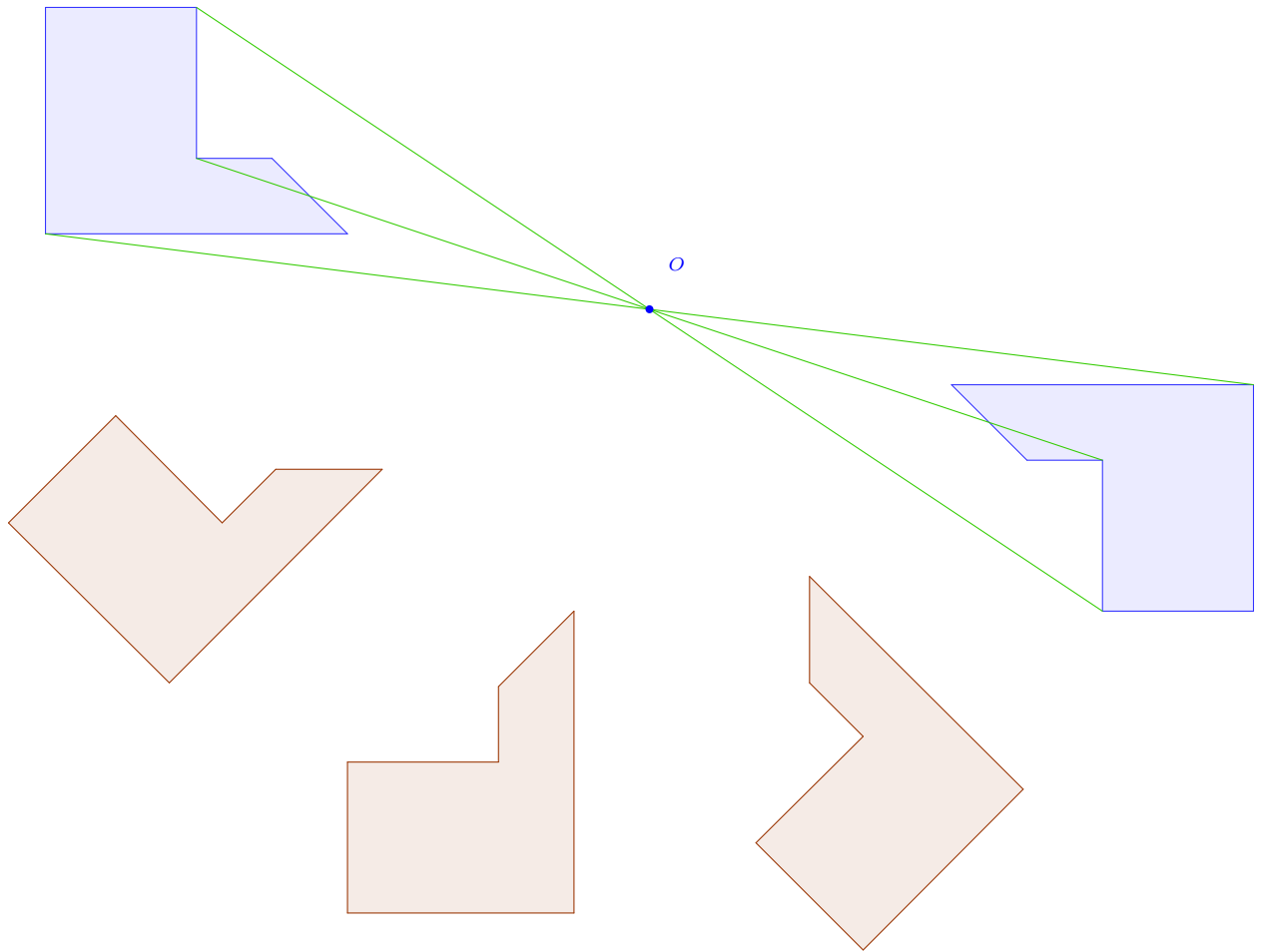
Nous remarquons en traçant les segments  $[AA'']$ ,  $[BB'']$  et  $[CC'']$  que les segments se coupent tous au point  $I$ . On dit que les segments sont *concourants* en  $I$ .

- Une deuxième approche consiste à voir la symétrie centrale comme un *demi-tour* autour d'un point que l'on appelle le centre de symétrie.

Sur le quadrillage, les deux figures sont dites symétriques par rapport au point  $K$ .



Sur la figure suivante, on peut remarquer que le polygone tourne autour de  $O$  dans le sens inverse des aiguilles d'une montre (*sens antihoraire*) jusqu'à faire un demi-tour autour du point  $O$ .



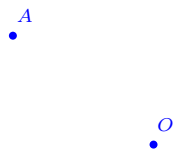
## 2.2 Définitions et propriétés

**Définition 2.1.** Dans la symétrie de centre  $O$ , l'image d'un point  $A$  est le point  $A'$  tel que  $O$  est le milieu du segment  $[AA']$ .

Méthode pour placer le symétrique d'un point

- Tracer la demi-droite  $[AO)$ .
- Avec le compas, prendre pour écartement la distance  $OA$ .
- Pointer le compas en  $O$  et placer un arc de cercle sur la demi-droite  $[AO)$  pour placer le point  $A'$ .

**Exemple 2.2.** Dessiner le symétrique du point  $A$  par rapport à  $O$

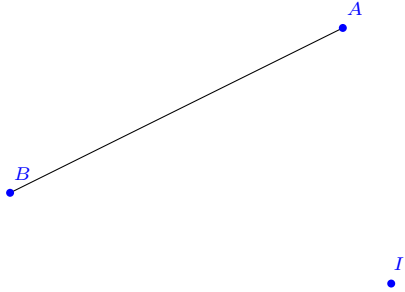


**Propriété.** La symétrie centrale conserve :

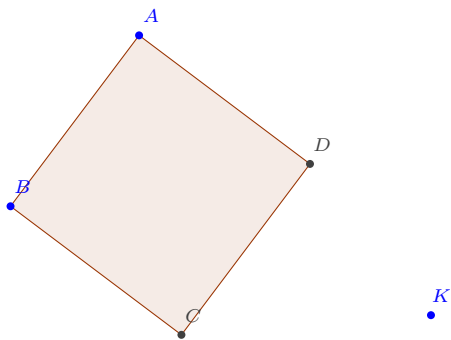
- Les distances.
- L'alignement.
- Les mesures d'angles.
- Les aires.

### 2.3 Exemples de constructions

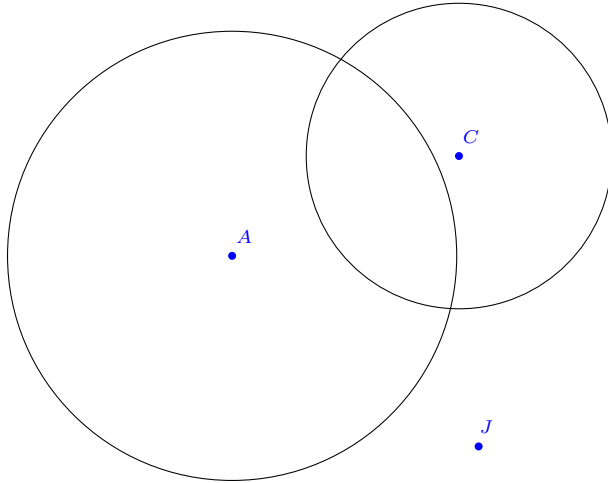
- Construire l'image du segment  $[AB]$  par la symétrie centrale de centre  $I$ .



- Construire l'image du carré  $ABCD$  par la symétrie de centre  $K$ .



- Construire les symétriques des cercles de centre  $A$  et de centre  $C$  dans la symétrie de centre  $J$ .



## 2.4 Exemples de figures connues comportant une symétrie centrale

- Le symbole Renault comporte une symétrie centrale au centre du losange. Comme le symbole Mercedes ou le symbole Opel.
- Le drapeau du Royaume-Uni (appelé "Union Jack") possède un centre de symétrie à l'intersection de toutes les croix.
- Dans l'alphabet, les lettres H, N, O, S et Z possèdent un centre de symétrie.