

Les Nombres relatifs

1 Introduction

- Les nombres qui sont plus grands que 0 sont appelés des nombres **positifs**.
- Lorsque ces nombres sont plus petits que 0, on les appelle des nombres **négatifs**.
- On regroupe ces deux catégories de nombres en les nommant les nombres relatifs. 0 est le seul nombre qui est à la fois positif et négatif.

2 Repérage sur une droite

2.1 Exemple

On apprend ici que l'on peut dessiner les nombres sur une droite graduée que l'on appelle un axe. Pour tracer cet axe, on a besoin de :

- De l'origine O
- D'une unité de longueur 1 *cm*.
- D'un sens (vers la droite)

Exemple 2.1. Placer sur la droite graduée les nombres

$$\begin{aligned}A &= -2 \\B &= +1,4 \\C &= -3,5 \\D &= \frac{5}{2} \\E &= -\frac{1}{2}\end{aligned}$$

2.2 Abscisse

Définition 2.2. Sur une droite graduée, chaque point est repéré par un nombre relatif appelé son **abscisse**. En particulier, O est l'origine et son abscisse est 0.

Exemple 2.3. Selon l'exemple précédent, l'abscisse de E est $-\frac{1}{2}$, l'abscisse de B est $+1,4$.

2.3 Distance à zéro

La distance à zéro est ce que l'on appelle la "valeur" du nombre relatif. Par exemple, le point A possède une distance à zéro de 2. Concrètement, la distance à zéro d'un nombre relatif est ce même nombre relatif auquel on retire le signe $+$ ou $-$.

Exemple 2.4. Le point C d'abscisse $-3,5$ possède une distance à zéro de $3,5$.

Le point D d'abscisse $+\frac{5}{2}$ possède une distance à zéro de $2,5$.

2.4 Nombres opposés

Définition 2.5. Deux nombres relatifs sont opposés lorsqu'ils ont des signes contraires et une distance à zéro égale.

Exemple 2.6. Les nombres -1,4 et 1,4 sont opposés, -15 et 15 le sont aussi, tout comme $\frac{2}{3}$ et $-\frac{2}{3}$. Ces nombres sont symétriques par rapport à l'origine sur la droite graduée.

3 Comparaison de nombres relatifs

Il est évident que lorsque l'on se déplace sur une droite graduée dans le sens de la flèche, le nombre que l'on associe est de plus en plus grand.

J'énonce maintenant 3 propriétés qui seront utiles pour comparer des nombres.

Propriété. On a :

1. Tout nombre positif est plus grand qu'un nombre négatif.
2. De deux nombres positifs, le plus grand est celui qui a une plus grande distance à zéro.
3. De deux nombres négatifs, le plus grand est celui qui a une plus petite distance à zéro.

4 Addition de nombres relatifs

4.1 Règles de calcul

Définition 4.1. Somme de deux nombres relatifs du même signe

- Le signe de la somme est le signe commun aux deux nombres.
- La distance à zéro de la somme est la somme des deux distances à zéro.

Définition 4.2. Somme de deux nombres relatifs de signes contraires

- Le signe de la somme est le signe du nombre qui possède la plus grande distance à zéro.
- La distance à zéro de la somme est la différence des deux distances à zéro.

Tableau récapitulatif lorsque les signes + et - sont séparés par une parenthèse

"+"	+	"-"	donne	"-"
"-"	+	"+"	donne	"-"
"+"	+	"+"	donne	"+"
"-"	+	"-"	donne	"+"

4.2 Méthode de calcul

Propriété. Dans une expression où ne figure que des additions, on peut changer l'ordre des termes

Cette propriété permet de regrouper les termes afin que les calculs se fassent plus facilement. Par exemple, il est fortement conseillé de regrouper les nombres opposés dans un calcul.

Exemple

$$\begin{aligned}A &= (-5) + (-4) + 6 + 5 + (+4) \\A &= -5 - 4 + 6 + 5 + 4 \\A &= -5 + 5 - 4 + 4 + 6 \\A &= 6\end{aligned}$$

5 Soustraction de nombres relatifs

5.1 Règle de calcul

Propriété. Pour soustraire un nombre négatif, on ajoute son opposé.

Exemple

$$4 - 8 = 4 + (-8) = -4$$

$$-7 - (-6) = -7 + 6 = -1$$

Théorème 5.1. Pour calculer une expression où un signe "-" est placé devant une parenthèse, on retire les parenthèses, et on place devant chaque nombre relatif le signe opposé à celui qu'il possédait avant la transformation.

Exemple

$$B = (+1) - (+2) + (+1) - (+3) + (+1) - (+4)$$

$$B = 1 - 2 + 1 - 3 + 1 - 4$$

$$B = -1 + 1 - 3 + 1 - 4$$

$$B = -3 + 1 - 4$$

$$B = -2 - 4$$

$$B = -6$$

$$C = (+7,3) - (-3,7 + 2,1 - 5) + (-7,4) + (+3,7)$$

$$C = 7,3 + 3,7 - 2,1 + 5 - 7,4 - 3,7$$

$$C = 7,3 - 2,1 + 5 - 7,4$$

$$C = 7,3 - 7,4 - 2,1 + 5$$

$$C = -0,1 - 2,1 + 5$$

$$C = -2,2 + 5$$

$$C = 2,8$$

6 Applications et calculs

Je donne ici la méthode pour effectuer les calculs.

METHODE

1. Enlever les parenthèses pour enlever deux signes + ou - qui se suivent.
2. Regarder si des regroupements astucieux sont possibles et les faire.
3. Calculer l'expression demandé de la gauche vers la droite.