

Les parallélogrammes

1 Introduction

Après avoir vu les polygones à trois cotés, les triangles, nous allons étudier les polygones à quatre cotés que l'on appelle quadrilatères. Parmi ces quadrilatères, on étudie plus précisément les parallélogrammes qui possèdent des propriétés très particulières et intéressantes à découvrir.

2 Qu'est-ce qu'un parallélogramme ?

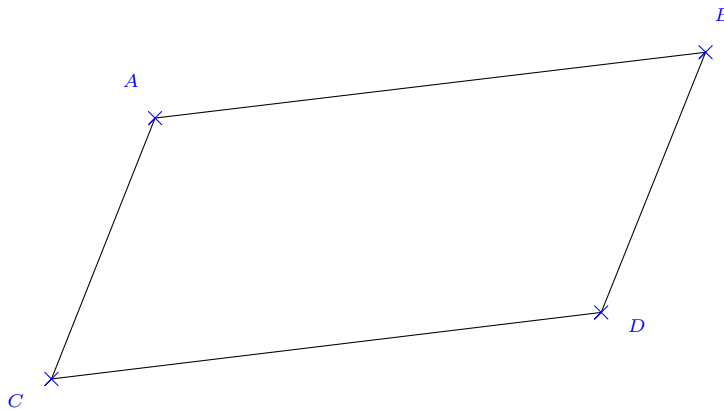
2.1 Reconnaître un parallélogramme

2.1.1 Définitions

Définition 2.1. Nous allons étudier trois définitions équivalentes qui permettent de caractériser un parallélogramme.

1. Un parallélogramme est un quadrilatère dont les cotés opposés sont deux à deux parallèles.
2. Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé dont les cotés opposés sont deux à deux égaux.
3. Un parallélogramme est un quadrilatère non croisé qui possède deux cotés opposés parallèles et égaux.

2.1.2 Illustration



Dans le quadrilatère $ABCD$,

1. Si $AB \parallel CD$ et $AD \parallel BC$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.
2. Si $AB = CD$ et $AD = BC$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.
3. Si $AB \parallel CD$ et $AB = CD$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.
4. Si $AD \parallel BC$ et $AD = BC$ alors $ABCD$ est un parallélogramme.

2.2 Propriétés

2.2.1 Centre de symétrie

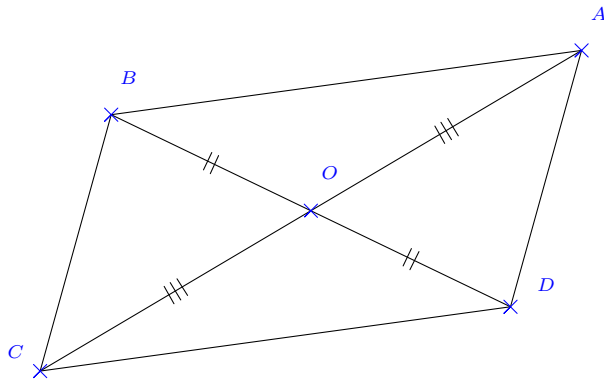
Propriété. Un parallélogramme possède un centre de symétrie qui est le point d'intersection des diagonales.

Propriété. Sachant qu'une symétrie conserve les distances, les mesures d'angles, on peut déduire toutes les propriétés suivantes.

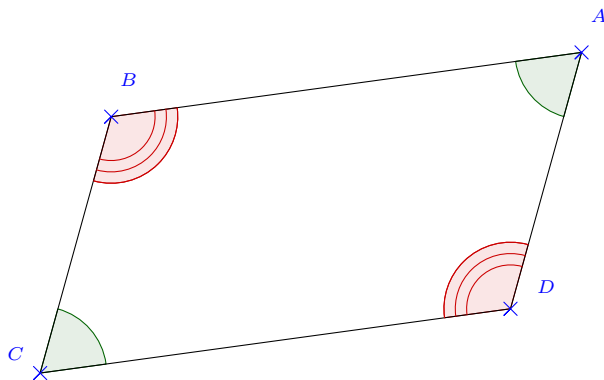
Dans un parallélogramme,

1. Les diagonales ont le même .
2. Les angles opposés ont la même .
3. Les angles consécutifs sont .

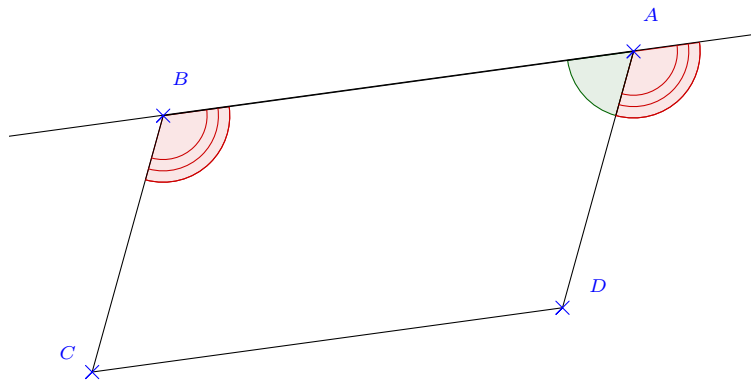
Illustration



1.



2.

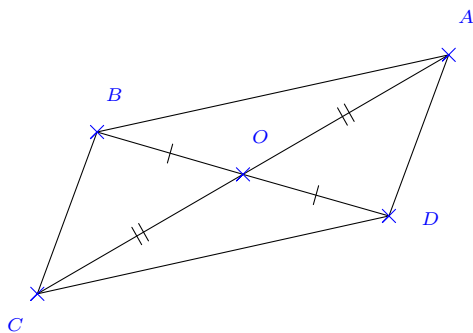


3.

2.2.2 A propos des diagonales

On a ainsi trouvé un moyen qui permet d'identifier un parallélogramme.

Propriété. Si un quadrilatère a ses diagonales qui se coupent en leur milieu, alors c'est un parallélogramme.



Exemple 2.2. Si O est le milieu de AC et O est le milieu de BD alors $ABCD$ est un parallélogramme.

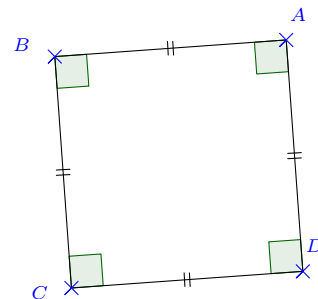
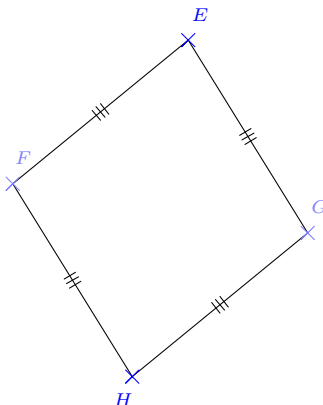
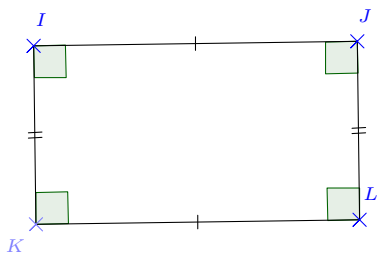
3 Parallélogrammes particuliers

3.1 Découvrons le rectangle, le losange et le carré

3.1.1 Définitions

Définition 3.1. On pose les trois définitions suivantes.

1. Un **rectangle** est un quadrilatère qui possède trois angles droits.
2. Un **losange** est un quadrilatère qui a quatre cotés de même longueur
3. Un **carré** est un quadrilatère qui est à la fois un losange et à la fois un rectangle.



Propriété. Le rectangle, le losange et le carré sont tous des parallélogrammes.

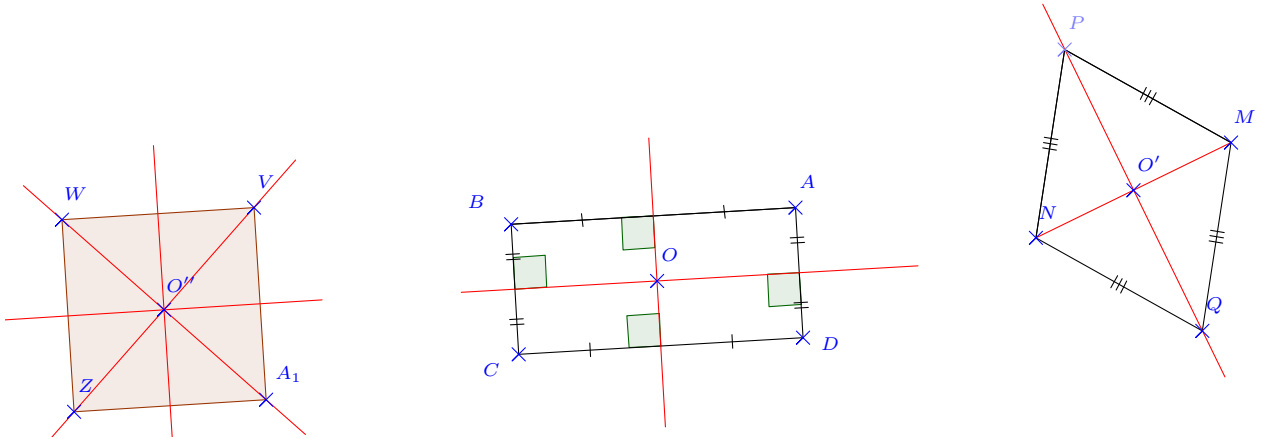
3.1.2 Quelles sont les symétries connues ?

Propriété. Nous citerons les éléments de symétrie centrale et de symétrie axiale.

- Le rectangle a :
 - Deux axes de symétrie :
 - Un centre de symétrie :

- Le losange a :
 - Deux axes de symétrie :
 - Un centre de symétrie :
- Le carré a :
 - Quatres axes de symétrie :
 - Un centre de symétrie :

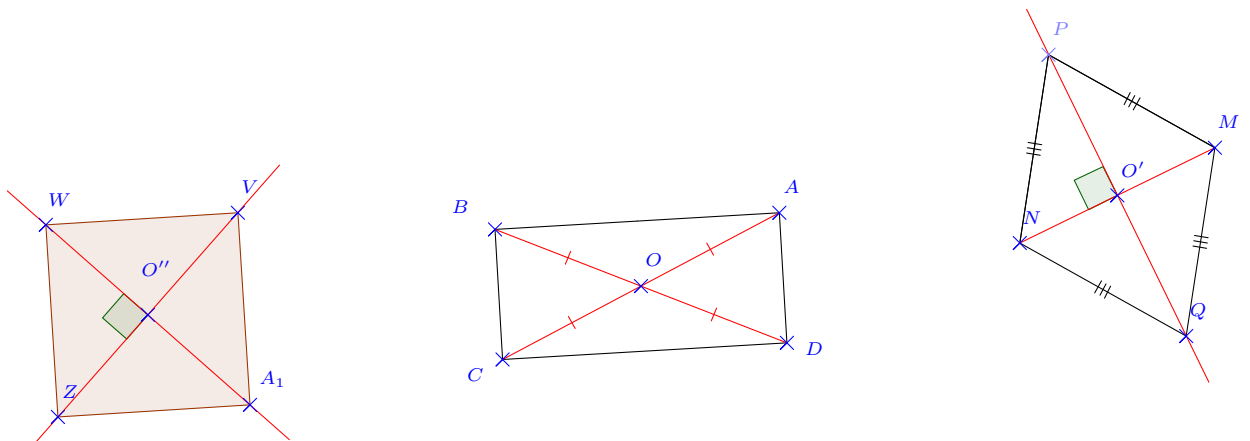
Illustrations



3.1.3 Propriétés sur les diagonales

Propriété. Une manière pour caractériser ces parallélogrammes particuliers est de donner des propriétés sur les diagonales.

- Le rectangle a des diagonales de même longueur.
- Le losange a des diagonales perpendiculaires.
- Le carré a des diagonales perpendiculaires et de même longueur.



3.1.4 Théorème récapitulatif

Théorème 3.2. Voici le théorème récapitulatif le plus important de ce chapitre.

- Le rectangle

- Si un parallélogramme a alors c'est un rectangle.
- Si un parallélogramme a ses diagonales alors c'est un rectangle.

- Le losange

- Si un parallélogramme a alors c'est un losange.
- Si un parallélogramme a ses diagonales alors c'est un losange.

- Le carré

- Si un parallélogramme a ses diagonales alors c'est un carré.

	Côtés	Diagonales
Rectangle		
Losange		
Carré		

4 Calcul d'aire de figures connus