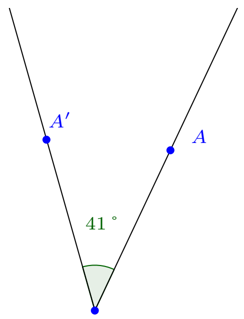
Année académique 2013-2014
Collège Théophile Gautier
Classe de 5e

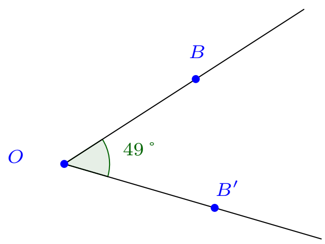
Angles et triangles

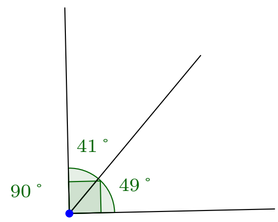
1 Vocabulaire des angles

1.1 Angles complémentaires

Définition 1.1. Deux angles sont complémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 90.

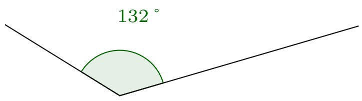


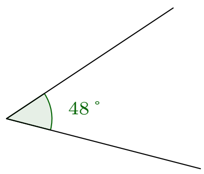


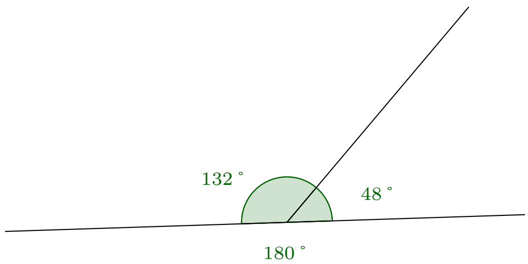


1.2 Angles supplémentaires

Définition 1.2. Deux angles sont supplémentaires lorsque la somme de leurs mesures est égale à 180.

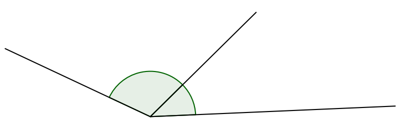






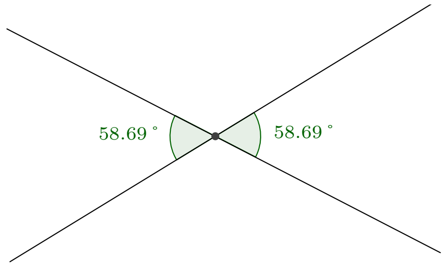
1.3 Angles adjacents

Deux angles sont adjacents lorsque
- Ils ont le même sommet
- Ils ont un côté commun
- Ils sont situés de part et d'autre de ce côté



1.4 Angles opposés par le sommet

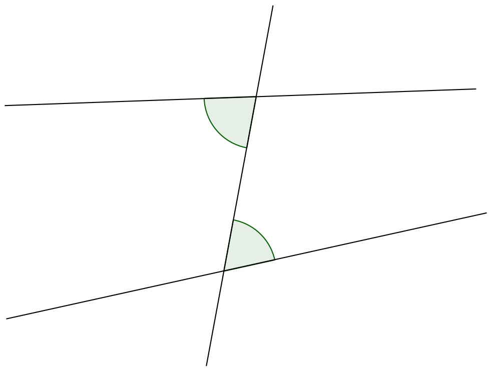
Définition 1.3. Deux angles sont opposés par le sommet lorsque
- Ils ont le même sommet
- Leurs côtés sont situés dans le prolongement l'un de l'autre



Propriété. *Si deux angles sont opposés par le sommet alors ils ont la même mesure*

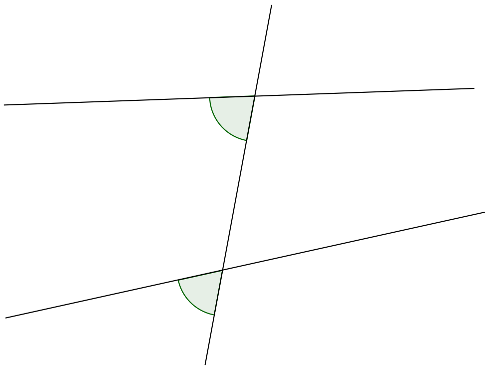
1.5 Angles alternes-internes

Définition 1.4. Deux angles sont alternes-internes lorsqu'ils sont situés
- De part et d'autre d'une sécante à ces deux droites
- Entre ces deux droites



1.6 Angles correspondants

Définition 1.5. Deux angles sont correspondants lorsqu'ils sont situés
- D'un même côté par rapport à une sécante à deux autres droites
- L'un est entre ces deux droites et l'autre ne l'est pas.



2 Angles et parallèles

2.1 Comment montrer que deux droites sont parallèles ?

Propriété. *Si deux droites coupées par une sécante forment :*

- *Deux angles alterne-internes égaux.*

  ou

- *Deux angles corrspondants égaux,*

  Alors ces deux droites sont parallèles.

2.2 Comment montrer que deux angles sont égaux ?

Propriété. *Lorsque deux droites parallèles sont coupées par une même droite sécante, alors*

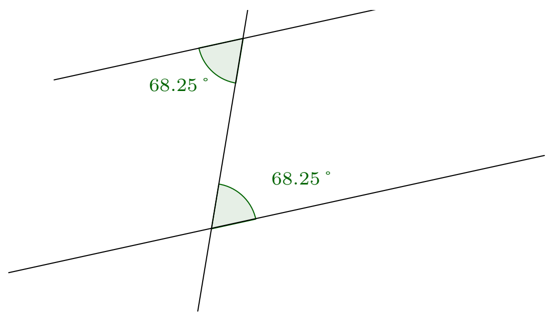
- *Les deux angles alterne-internes sont égaux.*

  et

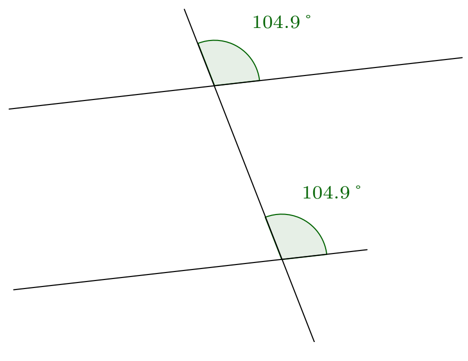
- *Les deux angles corrspondants sont égaux,*

Illustration

1. Angles alternes-internes égaux



2. Angles correspondants égaux



2.3 Angles et triangles

2.4 Cas général

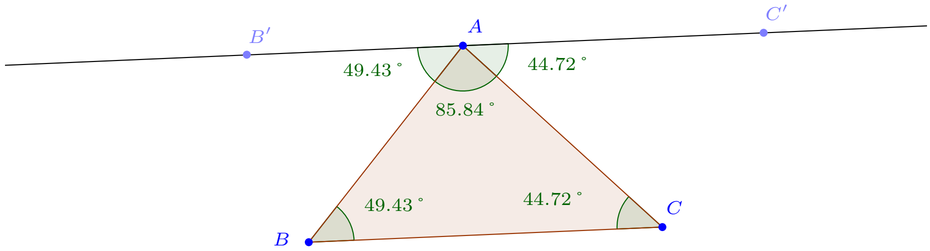
Propriété. *La somme des angles d'un triangle quelconque est égale à 180 degrés.*

Démonstration.
Soit le triangle ABC, on trace la parallèle à (BC) passant par A. On la note $(B'C')$. Grâce à la propriété des angles alternes-internes, on obtient que :

– $\widehat{B'AB} = \widehat{ABC}$.

– $\widehat{C'AC} = \widehat{ACB}$.

Ainsi, la somme des angles du triangle ABC correspond à la somme des angles $\widehat{B'AB}$, $\widehat{BAC}$ et $\widehat{C'AC}$ qui sont supplémentaires. Donc, la somme est égale à 180 degré. □



2.5 Triangles particuliers

2.5.1 Triangles équilatéral

Propriété. *Si un triangle est équilatéral alors chacun des angles mesure 60 degré*

Démonstration.
Les trois angles d'un triangle équilatéral sont égaux. Donc, dans le triangle ABC,

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \widehat{BAC} = \frac{180}{3} = 60$$

□

2.5.2 Triangle rectangle

Propriété. *Si un triangle est rectangle alors ses deux angles aigus sont complémentaires.*

Démonstration.
Dans le triangle ABC rectangle en A, on a :

$$90 + \widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 180$$

Donc

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90$$

□

2.6 Triangle rectangles isocèle

Propriété. *Si un triangle est rectangle isocèle alors chacun des angles aigus mesure 45 degré.*

Démonstration.
On considère le triangle ABC rectangle isocèle en A. On a donc bien

$$\widehat{ABC} + \widehat{ACB} = 90$$

Or, dans un tringle isocèle, les angles à la base sont égaux. Donc

$$\widehat{ABC} = \widehat{ACB} = \frac{90}{2} = 45$$

□