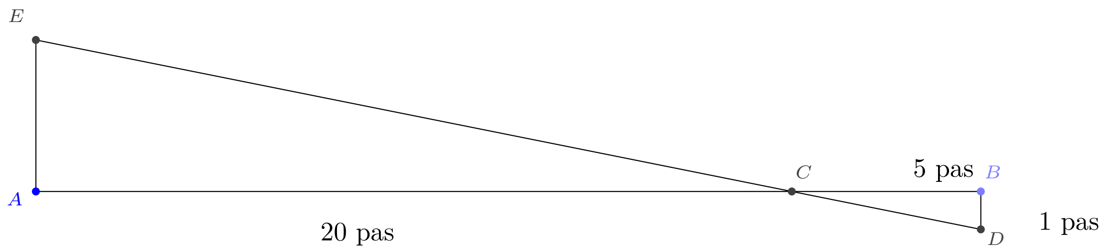
Année académique 2013-2014
Classe 3e

Correction Exercice sur Thalès

1 Ex 16 p. 193

Données

- A, C *et* B sont 3 points alignés.
- D, C *et* E sont alignés.
- $(AE)\perp(AB)$.
- $(BD)\perp(AB)$.
- Les mesures sont donnés sur la figure.



1. Donner la longueur AE en pas qui sera la largeur de la rivière.
   Comme $(AE)\perp(AB)$ et $(BD)\perp(AB)$ alors $(AE)//(BD)$.

   De plus, les données indiquent l'alignement des points qui nous permettent d'utiliser le théorème de Thalès.

   Donc,

   $$\frac{CA}{CB} = \frac{CE}{CD} = \frac{AE}{BD}$$

   Ainsi, AE sera donné par l'égalité $\frac{CA}{CB} = \frac{AE}{BD}$.

   D'où en utilisant le produit en croix :

   $$AE = \frac{CA \times BD}{CB} = \frac{20 \times 1}{5} = 20/5 = 4$$

   Donc la largeur de la rivière est donné par

   $$\boxed{AE = 4\ pas}$$

2. Donner la valeur en mètre de la largeur de la rivière
   Cette question demande juste de faire une conversion.

   Sachant que 1 $pas =\ 65\ cm$, on calcule

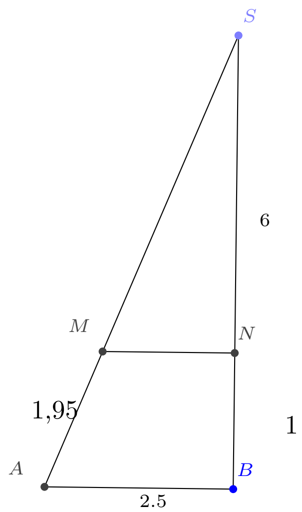
$$AE = 4 \times 65 = 260\ cm$$

   La rivière à traverser mesure 260 cm.

2 Ex 26 p.194

Données

- $[BS] \perp [AB]$.
- $A,\ M\ et\ S$ sont alignés.
- $B,\ N\ et\ S$ sont alignés.
- $BS =\ 6$.
- $BN =\ 1,8$.
- $AB =\ 2,5$.
- $AM =\ 1,95$.



1. Calculer la longueur AS

   On utilise le théorème de Pythagore pour prouver ce résultat.

$$AS^2 = AB^2 + BS^2$$

   Donc,

$$\begin{array}{rcl} AS & = & \sqrt{AB^2 + BS^2} \\ AS & = & \sqrt{2,5^2 + 6^2} \\ AS & = & \sqrt{6,25 + 36} \\ AS & = & \sqrt{42,25} = 6,5 \end{array}$$

   Ainsi,

$$\boxed{AS = \sqrt{42,25} = 6,5}$$

2. Calculer les longueurs SM et SN

   On considère entendu que $B,\ N\ et\ S$ d'une part et $A,\ M\ et\ S$ d'autre part sont des points alignés. Donc

   $$AS = AM + MS \text{ et } SB = BN + NS$$

   D'où

   $$SM = AS - AM \text{ et } SN = SB - BN$$

   Donc,

   $$SM = 6,5 - 1,95 = 4,55$$

   Et

   $$SN = 6 - 1,8 = 4,2$$

   Ainsi,

   $$\boxed{SM = 4,55}$$

   Et

   $$\boxed{SN = 4,2}$$

3. Montrer que $(MN)//(AB)$.

   Nous allons appliquer la réciproque du théorème de Thalès qui nous indiquera si les deux droites sont parallèles.

   Calculons les rapports suivants :
   – $\dfrac{SM}{SA}$

   $$\frac{SM}{SA} = \frac{4,55}{6,5} = \frac{91}{130} = \frac{7 \times 13}{10 \times 13} = \frac{7}{10}$$

   – $\dfrac{SN}{SB}$

   $$\frac{SN}{SB} = \frac{4,2}{6} = \frac{7}{10}$$

   Sachant que les points $A,\ M,\ et\ S$ d'une part et $B,\ N\ et\ S$ d'autre part sont alignés et que les rapport de longueurs précédents sont égaux,

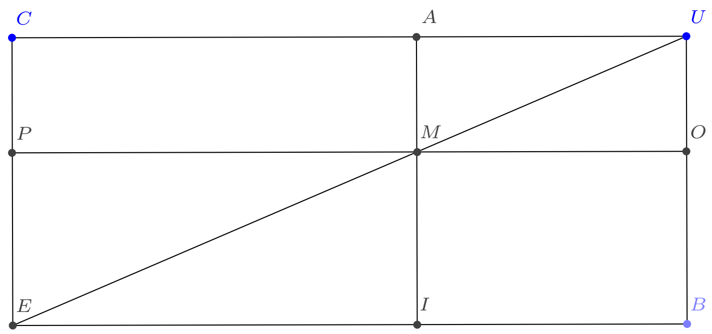
   Je peux dire d'après la réciproque du théorème de Thalès, que les droites (MN) et (AB) sont parallèles. Donc

   $$\boxed{(MN)//(AB)}$$

3 Ex 50 p.198

Données

- $CUBE$ est un rectangle.
- $CU = L$ et $CE = l$.
- $M \in [UE]$ tel que $UM = \frac{2}{5} \times UE$.
- $(MO)\perp(UB)$, $(PM)\perp(CE)$ où $P \in [CE]$ et $O \in [UB]$.
- $(MA)\perp(CU)$, $(MI)\perp(BE)$ où $A \in [CU]$ et $I \in [EB]$.



1. Exprimer en fonction de L et l les longueurs MA, MI, MP et MO

   Ici, la question se fait en plusieurs étapes :

   – On pose clairement les hypothèses du théorème de Thalès dans un premier temps.

   – On applique le théorème pour calculer les longueurs demandées.

   * * *

   - On pose les hypothèses du théorème de Thalès

     Si $A \in [CU]$, $I \in [EB]$ et $CUBE$ est un rectangle alors $(AU)//(EI)$ (1).

     Si $O \in [UB]$, $P \in [CE]$ et $CUBE$ est un rectangle alors $(PE)//(UO)$ (2).

     De plus, on a tracé la perpendiculaire de chaque coté du rectangle passant par le point M et où A, O, I et P sont des points appartenant à chaque coté du rectangle $CUBE$.

     On affirme donc que :
     – $M \in [AI]$.

     – $M \in [OP]$.

     Sachant que M est un point de $[UE]$ tel que $UM = \frac{2}{5} \times UE$ et que $M \in [AI]$ alors

     $$[AI] \textit{ et } [UE] \text{ sont sécantes en } M \ (3)$$

     De même, comme $M \in [UE]$.

     $$[UE] \textit{ et } [OP] \text{ sont sécantes en } M \ (4)$$

   - Calcul de MA ?

Grâce à (1) et (3)[1] et d'après le théorème de Thalès, je déduis que :

$$\frac{MU}{ME} = \frac{MA}{MI} = \frac{AU}{EI}$$

Ce qui donne en prenant la partie de l'égalité qui nous intéresse,

$$\frac{MU}{ME} = \frac{MA}{MI}$$

Or

$$\frac{MU}{ME} = \frac{MU}{UE - MU} = \frac{\frac{2}{5} \times UE}{UE - \frac{2}{5} \times UE}$$

$$\frac{MU}{ME} = \frac{\frac{2}{5} \times UE}{\left(1 - \frac{2}{5}\right) \times UE} = \frac{\frac{2}{5} \times UE}{\frac{3}{5} \times UE}$$

$$\frac{MU}{ME} = \frac{2/5}{3/5} = \frac{2}{5} \times \frac{5}{3} = \frac{2}{3}$$

D'où

$$\frac{MA}{MI} = \frac{2}{3}$$

Ainsi, comme $AI = CE = l$, on a :

$$\frac{MA}{MI} = \frac{MA}{AI - MA} = \frac{MA}{CE - MA} = \frac{MA}{l - MA} = \frac{2}{3}$$

D'où, avec le produit en croix

$$2 \times (l - MA) = 3 \times MA$$

$$2 \times l - 2 \times MA = 3 \times MA$$

$$2 \times l = 5 \times MA$$

$$\boxed{MA = \frac{2}{5} \times l}$$

- Calcul de MI ?

  Sachant que $AI = AM + MI$ alors on a

$$MI = AI - AM = l - \frac{2}{5} \times l = \left(1 - \frac{2}{5}\right) \times l = \frac{3}{5} \times l$$

  Donc

$$\boxed{MI = \frac{3}{5} \times l}$$

- Calcul de MO ?

  Selon (2) et (4), je peux appliquer le théorème de Thalès. On obtient donc

$$\frac{MU}{ME} = \frac{MO}{MP} = \frac{OU}{EP}$$

1. Il est nécessaire pour avoir tous les points de bien écrire les hypothèses du théorème de Thalès comme je l'ai fait avec (1), (2) et (3)

Or, dans le calcul précédent, nous avons vu que $\dfrac{MU}{ME} = \dfrac{2}{3}$, donc

$$\frac{MU}{ME} = \frac{MO}{OP - MO} = \frac{MO}{L - MO} = \frac{2}{3}$$

Ce qui donne, après avoir utiliser le produit en croix,

$$3 \times MO = 2 \times (L - MO)$$

$$3 \times MO = 2 \times L - 2 \times MO$$

$$5 \times MO = 2 \times L$$

D'où

$$\boxed{MO = \frac{2}{5} \times L}$$

- Calcul de MP ?

  On a bien $OP = MP + MO$.

  Comme nous l'avons montré pour le calcul de MI,

$$\boxed{MP = \frac{3}{5} \times L}$$

2. Comparer les aires des rectangles $CAMP$ et $MOBI$

   – Aire du rectangle $CAMP$.

$$\mathscr{A}_{CAMP} = AM \times MP = \frac{2}{5}l \times \frac{3}{5}L = \frac{6}{25} \times L \times l$$

   – Aire du rectangle $MOBI$.

$$\mathscr{A}_{MOBI} = MO \times MI = \frac{2}{5}L \times \frac{3}{5}l = \frac{6}{25} \times L \times l$$

   – Comparer les deux aires

   Ces deux aires sont égales comme nous le montre les calculs précédents.